ФИЛОСОФИЯ

УДК:167

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ МНОГОЗНАЧНЫХ ЛОГИК В ИССЛЕДОВАНИЯХ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА: ВОПРОСЫ НАГЛЯДНОСТИ

О.А. Габриелян[1], Е.С. Витулёва[2], И.Э. Сулейменов[1]

[1]Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Россия,

[2]Алматинский университет энергетики и связи им. Г. Даукеева, Алматы, Казахстан

Показано, что несмотря на широкие перспективы применения многозначных логик для развития систем искусственного интеллекта, их использование в работах по данному направлению остается более чем ограниченным. Эта ограниченность свидетельствует о том, что необходимо решить проблему наглядности результатов, полученных к настоящему времени в исследованиях по многозначным логикам, а также необходимость преодоления существующих междисциплинарных барьеров, препятствующих применению указанных результатов большинством специалистов по инфокоммуникационным технологиям. Обосновывается необходимость представления операций многозначной логики в максимально доступной форме. Представлен явный вид аналога полинома Жегалкина, позволяющий сводить любые операции любой троичной логики к операциям сложения и умножения над элементами произвольного поля Галуа, что позволяет унифицировать представления любых троичных логик. Рассматриваются дополнительные перспективы применения различных разновидностей многозначных логик как средства для создания гибких платформ систем искусственного интеллекта, способных менять алгоритмическую/операциональную основу в зависимости от характера решаемой задачи.

Ключевые слова: многозначные логики, проблема наглядности, искусственный интеллект, сопротивление инновациям, парадигма, полином Жегалкина, история и философия науки

Бурное развитие систем искусственного интеллекта во втором десятилетии XX века не могло не привести к всплеску интереса к многозначным логикам, поскольку и без развернутых доказательств представляется очевидным, что искусственный интеллект вовсе не обязательно должен быть построен на «рафинированной» логике, которую часто называют аристотелевской, классической и т.д. Действительно, человек далеко не всегда мыслит логически в указанном выше смысле, что и дает ему значительные преимущества по сравнению с любыми системами, действующими в рамках жёстко прописанных алгоритмов. В самой реальности существуют процессы, которые лучше описываются многозначной логикой. Цель нашего исследование показать эвристический и дидактический потенциал такого подхода. Отсюда и вытекают задачи исследования:

- показать перспективы применения многозначных логик для развития систем искусственного интеллекта;

- для этого необходимо решить проблему наглядности результатов многозначной логики;

- определить перспективы междисциплинарных исследований в преодолении барьеров, препятствующих применению указанных результатов большинством специалистов по инфокоммуникационным технологиям;

- выявить возможности применения различных разновидностей многозначных логик как средства для создания гибких платформ систем искусственного интеллекта.

Появление неаристотелевских логик (в частности, логики Лукасевича [1], «воображаемой логики» Н. Васильева [2]) в начале XX века было с очевидностью связано с трансформацией общей ситуации в философии математики и дискуссиями относительно проблем обоснования математики и логики как таковых. Как отмечается в [2], Н. Васильев предложил проект неаристотелевской логики – «воображаемую логику», построенную без использования закона противоречия. По аналогии с неевклидовой геометрией Н. Лобачевского, исключающей использование пятого постулата Евклида. Лобачевский также первоначально назвал свою геометрию «воображаемой». Построение логик, частично или полностью отказывающихся от использования закона исключенного третьего («всякое утверждение либо истинно, либо ложно», если использовать простейший вариант трактовки), привели впоследствии к появлению паранепротиворечивых логик, параполных логик и т.д. [3].

По вполне понятным причинам развитие многозначных логик оказалось тесно связанным с вопросами обоснования математики и логики. По соответствующим вопросам продолжаются активные дискуссии и в настоящее время [4,5]. Предельно упрощая, базовую проблему оснований логики можно сформулировать так: существует ли способ рассуждений, который гарантирует правильность логических построений и логики как таковой? На первый взгляд, данный вопрос может рассматриваться как некое отвлеченное умствование, но не следует забывать, что вопрос об обосновании логики исторически возник в тесной связи с проблемой обоснования математики, обострившейся на рубеже XIX и XX веков. В этот период стало ясным, что уже не стоит полагаться на принцип самоочевидности аксиом, восходящий к Евклиду [6].

Более того, современные тенденции «цифровизации» стимулируют и сугубо прикладной интерес к многозначным логикам. С середины XX века с началом развития кибернетики и информатики вполне отчетливо прослеживается, что идеи, связанные с двоичной логикой, начинают исчерпывать свой потенциал [7]. Прежде всего, двоичная логика (термин понимается в смысле компьютерных наук), равно как и классическая логика, оказываются слишком «бедными» для дальнейшего развития систем искусственного интеллекта. Уже сейчас прослеживаются широкие возможности непосредственного прикладного использования троичной логики. Например, в системах кибербезопасности. В частности, как отмечается в [8], переход от двоичной парадигмы к троичной позволит увеличить скорость работы и повысить стойкость алгоритмов симметричного шифрования (т.е. шифрования, использующего один и тот же алгоритм для зашифровки и расшифровки сообщений).

Однако(,) практическое использование многозначных логик во многом затруднено существованием выраженных междисциплинарных барьеров; язык, на котором написаны труды по многозначным логикам, остается трудно воспринимаемым для значительной части специалистов в области информационных технологий. Положение усугубляется тем, что в этих работах акцент часто ставится на специфических проблемах, связанных с логико-философской проблематикой, а также со значительным разнообразием многозначных логик. Далеко не случайно, в [5] утверждается: «К концу XX столетия проблема связи логики и мышления оказалась на задворках науки, и это обстоятельство стало одной из главных причин потери интереса общества к логике. Логика постепенно превратилась в рыхлую совокупность замкнутых и самодостаточных языков для переписки между специалистами». Такая точка зрения является, разумеется, достаточно радикальной, но, как отмечается в [9], в современной логике действительно достаточно остро стоит проблема обобщения и классификации существующего в настоящее время разнообразия «логик», а также проблема «установления связей и отношений между разными логическими теориями, иногда даже сформулированными в разных языках».

В данной работе анализируются возможности преодоления междисциплинарных барьеров, сдерживающих широкое внедрение и использование многозначных логик. Исходной посылкой для этого является один из базовых тезисов междисциплинарности, положенных в основу учебника [7]. Рассуждая с утилитарной точки зрения, философия науки, а тем более философия математики, должны служить, прежде всего, средством коммуникации между науками, формируя в конечном итоге целостный взгляд на сущее.

В заключении к уже цитированной работе [5] фактически утверждается, что чрезмерная формализация логики и ее «уход в эмпиреи» привел ко многочисленным печальным последствиям и для науки, и для общества, которое утратило «логическую культуру» и становится легкой жертвой информационных воздействий, некритично воспринимая любые псевдонаучные бредни. Тем не менее, нельзя не увидеть, что становление «цифрового общества» в конечном итоге определяется именно успехами математической логики, лежащей в основе всей современной информационной техники. Иначе говоря, налицо проблема сопротивления инновациям, о которой говорилось в [10]. Существуют условия, при которых общество может ассимилировать самые нетривиальные идеи, но такие условия возникают достаточно редко. «Нормальное»» (в куновском смысле по аналогии с «нормальной наукой») состояние общества характеризуется стремлением сохранить status quo, что отвечает высокому сопротивлению инновациям. Помимо прочего, создание условий, обеспечивающих преодоление указанного сопротивления, предполагает то или иное решение проблемы наглядности, которая активно изучалась в философской литературе, но преимущественно в связи с достижениями квантовой механики.

То, что сейчас в просторечии именуется «двоичной логикой», имеет весьма отдаленное отношение к ее фундаменту, который бы исследован, в частности, в работах Рассела и Уайтхеда [6]. По существу, жаргонный термин «двоичная логика» относится только к двоичной системе счисления, на которой построена вся современная компьютерная техника. Важно подчеркнуть, что идеи, позволившие осуществить это, в основе своей очень просты. Как показал К. Шеннон, логические операции могут быть физически реализованы при помощи ключей, замыкающих и размыкающих электрический ток. Параллельное соединение двух ключей реализует операцию логического ИЛИ, последовательное – логического И. Существенно, что построения теоретической логики здесь также сыграли важнейшую роль. Эти построения доказывали, что техническая реализация только двух логических операций позволяет обеспечить и выполнение любых других. Нельзя не отметить, что именно сочетание строгой теории и гениально простой идеи Шеннона и обеспечило стремительное развитие вычислительной техники, опирающейся на двоичную логику.

Еще один фактор, обусловивший широкое распространение двоичной логики, – это булева алгебра, точнее, ее простейшая форма, содержащая только два элемента 0 и 1. Она предоставляла возможность установления соответствия между логическими, алгебраическими и арифметическими (точнее, вычислительными) операциями.

Примеры использования такого соответствия можно найти в любом учебнике по основам вычислительной техники. Так, работа двоичного сумматора описывается с использованием операции ИСКЛЮЧАЮЩЕГО ИЛИ, которая соответствует операции сложения по модулю 2. Указанное выше соответствие также широко используется в теории помехоустойчивого кодирования [11], которая представляет собой непосредственное прикладное использование теории алгебр. Здесь используются полиномы над полем Галуа, содержащим два элемента 0 и 1, т.е. эти элементы выступают в несколько другой роли; поле – это множество с определенными на нем операциями сложения и умножения.

По существу, наглядность двоичной логики – в самом широком смысле данного термина – придает определенное единство:

- собственно логике, где элементы 0 и 1 трактуются как логические переменные, принимающие истинностные значения,

- прикладной алгебре, где те же элементы образуют поле Галуа $GF(2)$, на основе которого строится «арифметика многочленов», т.е. полей Галуа $GF(2^m)$, широко используемых, например, в теории кодирования;

- двоичной системе счисления, где те же элементы обеспечивают возможность проведения любых вычислений;

- различным техническим реализациям, где представлениями этих элементов служат, например, высокий и низкий уровень тока (или напряжения) в полупроводниковой схеме.

Подчеркиваем, что «наглядность» здесь трактуется не только и не столько как возможность сделать изложение популярным или легкодоступным для студентов, но как важное условие ассимиляции соответствующих достижений обществом. Тесное переплетение факторов, о которых говорилось выше, обусловило возможность применения «цифры» в самых различных технических системах, создав тем самым вполне определенные предпосылки для возникновения соответствующей парадигмы развития науки и техники. Термин «парадигма» здесь использован именно в том смысле, который вкладывал к него Т. Кун [12], т.е. он отражает, в том числе вполне определенную инерционность всех социальных институций, которые так или иначе связаны с развитием науки и техники. Современный цифровой мир является «двоичным», и чтобы он стал «многозначным», требуется нечто значительно большее, нежели успехи на отдельных участках фронта научных исследований, скажем, в области логико-философских исследований многозначных логик. В этой связи уместно подчернить, что вычислительные системы на основе троичной логики были созданы в СССР в [13], но они не получили дальнейшего развития, в чем можно увидеть проявления тех самых закономерностей, о которых писал Т. Кун и его последователи/критики: успех некоей научно-технической парадигмы чаще всего подавляет развитие альтернатив до тех пор, пока ее потенциал развития не окажется близким к исчерпанию.

Нам также стоит остановиться на алгебраическом представлении многозначных логик. Этот вопрос давно обсуждается в литературе [14], однако, преимущественно речь идет об алгебре множеств. По-видимому, это преимущественно связано с историческими причинами, так как именно теория множеств использовалась при попытках свести математику к логике [6].

Соответственно, в текущей литературе для отображения логических операций, как правило, используется табличная форма. Так, в [3] представлены следующие таблицы, отражающие операции логики парадоксов Г. Приста [15].

Таблица 1. Значения логической функции, отвечающей операциям дизъюнкции и конъюнкции в логике парадоксов Г. Приста

$F(x,y) = \vee$	$y = 0$	$y = 1$	$y = 2$
$x = 0$	0	1	2
$x = 1$	1	1	2
$x = 2$	2	2	2

$F(x,y) = \wedge$	$y = 0$	$y = 1$	$y = 2$
$x = 0$	0	0	0
$x = 1$	0	1	1
$x = 2$	0	1	2

В этих таблицах фигурируют символы «0», «1» и «2», обозначающие логические переменные. Еще к работам Лукасевича восходит интерпретация переменных троичной логики как «Истина», «Ложь», «Неопределенно». Интерпретация таких операций (дизъюнкции, конъюнкции, отрицания и т.д.) в применении к троичной логике может быть различной, равным образом, использование конкретных символов в таких таблицах является не более чем вопросом соглашения.

Важно подчеркнуть, что именно табличная форма отображения операций является в настоящее время наиболее распространенной. В то же время можно указать поле Галуа, конкретно, поле$G = GF(3)$, содержащее три элемента, которое позволяет представлять такие операции через операции сложения и умножения, заданные на данном поле. Все поля Галуа $G = GF(3)$изоморфны, для удобства будем использовать набор элементов (-1,0,1).

Определим операции сложения и умножения на данном множестве в соответствии со следующими правилами.

$$1 + 1 = -1$$

(1)

$$(-1) + (-1) = 1$$

(2)

$$(-1)+1 = 1+(-1) = 0$$

(3)

$$0+a = a+0 = a,\ \forall a \in G$$

(4)

$$(-1)\cdot(-1) = 1\cdot 1 = 1$$

$$(-1)\cdot 1 = 1\cdot(-1) = (-1)$$

(5)

$$\forall a \in G, a\cdot 0 = 0\cdot a = 0,$$

Полем (в смысле теории алгебр) по определению является множество, наделенное двумя бинарными операциями «+» (сложение) и «·» (умножение), если оно образует коммутативную группу по сложению, все его ненулевые элементы образуют коммутативную группу по умножению, а также выполняется свойство дистрибутивности

$$\forall a,b,c \in G, (a+b)\cdot c = a\cdot c + b\cdot c; a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c, \qquad (7)$$

Доказательство того, что рассматриваемое множество действительно является полем, дается непосредственной проверкой соответствующих аксиом.

Покажем, что, отталкиваясь от таблиц, аналогичных Таблицам 1, можно предложить аналог полинома Жегалкина, который широко используется в настоящее время для разработки криптосистем [16], для случая троичной логики.

Сформируем многочлены $W_i(x)$ в соответствии со следующим записями.

$$W_0(x) = -(x-a_1)(x-a_2) = -x(x-1) \qquad (8)$$

$$W_1(x) = -(x-a_0)(x-a_2) = -(x^2-1) \qquad (9)$$

$$W_2(x) = -(x-a_1)(x-a_0) = -x(x+1), \qquad (10)$$

где введены следующие обозначения для элементов рассматриваемого поля $GF(3^2)$.

$$a_0 = -1;\ a_1 = 0;\ a_2 = 1 \qquad (11)$$

Легко заметить, что для данных многочленов выполняется соотношение

$$W_j(a_i) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases} \qquad (12)$$

Это соотношение говорит о том, что функция $W_i(x)$ с определенным индексом i принимает единичное значение только тогда, когда её аргументом является элемент поля G с тем же самым индексом i. В остальных случаях данная функция равна нулю.

Тот факт, что рассматриваемая функция обращается в ноль, если указанные выше индексы не равны вытекает из того, что один из сомножителей в записанных выражениях (8) – (10) обращается в ноль.

Если же индексы равны, то прямой подсчет показывает, что значение рассматриваемых функций при совпадающих значках действительно в точности равно единице. Имеем:

$$W_0(a_1) = -(-1-0)(-1-1) = 1 \tag{13}$$

$$W_1(a_2) = -(0+1)(0-1) = 1 \tag{14}$$

$$W_2(a_3) = -(1-0)(1+1) = -1 \cdot (-1) = 1 \tag{15}$$

Следовательно, отталкиваясь от той же самой схемы, по которой сформирован полином Жегалкина, можно сформировать полином следующего вида.

$$F(x,y) = \sum_{i,j=0}^{2} A_{ij} W_i(x) W_j(y) \tag{16}$$

Каждое слагаемое этого полинома представляет собой произведение двух функций W_i, каждая из которых зависит от своего аргумента, взятое с постоянным сомножителем A_{ij}.

Если в данный полином подставить конкретные значения трёх аргументов (здесь использована индексация с нулевыми значками), то легко убедиться, что в данном случае ненулевым окажется только одно слагаемое из всех 9, которые могут фигурировать в многочленах вида (16).

$$F\left(a_{i_0}, a_{j_0}\right) = \sum_{i,j=0}^{2} A_{ij} W_i\left(a_{i_0}\right) W_j\left(a_{j_0}\right) \tag{17}$$

$$F\left(a_{i_0}, a_{j_0}\right) = \sum_{i,j=0}^{2} A_{ijk} \delta_{ii_0} \delta_{ij} = A_{i_0 j_0} \tag{18}$$

Следовательно, данный полином при определенной комбинации троичных аргументов действительно принимает то значение A_{ij}, которое может быть установлено из таблиц представленного выше вида. Другими словами, полином (16) действительно является аналогом полинома Жегалкина. Он может обеспечить вычисление произвольной функции, которая принимает заданные значения при заданной комбинации аргументов, являющихся элементами поля $GF(3^2)$.

Покажем конструктивность использования полиномов вида (16). Для этой цели отыщем конкретный вид аналога полинома Жегалкина длялогических функций, представленных в Таблице 1. Переходя от используемых в них обозначений к элементам рассматриваемого поля Галуа $G = GF(3)$, получаем Таблицы 2.

Таблица 2. Представление операций дизъюнкции и конъюнкции в логике парадоксов Г. Приста через элементы поля Галуа $G = GF(3)$.

$F(x,y) = \vee$	$y = -1$	$y = 0$	$y = 1$
$x = -1$	-1	0	1
$x = 0$	0	0	1
$x = 1$	1	1	1

$F(x,y) = \wedge$	$y = -1$	$y = 0$	$y = 1$
$x = -1$	-1	-1	-1
$x = 0$	-1	0	0
$x = 1$	-1	0	1

Воспользуемся представленными выше таблицами 2 и укажем явный вид аналога полинома Жегалкина для данных конкретных случаев. Для функции $F(x,y) = \vee$ имеем

$$F(x,y) = -W_0(x)W_0(y) + W_0(x)W_2(y) + W_1(x)W_2(y)$$
$$+W_2(x)W_0(y) + W_2(x)W_1(y) + W_2(x)W_2(y) \tag{19}$$

Подставляя в (19) выражения для функций $W_i(x)$, получаем

$$F(x,y) = x(x-1)\big(W_0(y) - W_2(y)\big) - (x^2 - 1)W_2(y) -$$
$$-x(x+1)[W_0(y) + W_1(y) + W_2(y)] \tag{20}$$

Имеет место тождество

$$W_0(y) + W_1(y) + W_2(y) = -y(y-1) - (y^2 - 1) - y(y+1) = 1, \tag{21}$$

которое вытекает из тождества

$$a + a + a = 0, \tag{22}$$

являющегося прямым следствием правил (1) – (4).

Формула (21) согласуется также и со смыслом функций $W_i(x)$: только одна из них должна принимать значение 1 при подстановке в левую часть (21) произвольного y

Используя (21), получаем

$$F(x,y) = x(x-1)\big(-y(y-1) + y(y+1)\big) + (x^2-1)y(y+1) - x(x+1) \quad (23)$$

Раскрывая скобки, имеем

$$F(x,y) = -x(x-1)y + (x^2-1)y(y+1) - x(x+1) \quad (24)$$

Снова используя (22), соотношение (24) можно привести к компактному виду

$$F(x,y) = (x-1)y + (x^2-1)y^2 - x(x+1) \quad (25)$$

Данный результат можно также переписать в форме

$$F(x,y) = x^2y^2 - x^2 - y^2 + xy - x - y \quad (26)$$

которая подчеркивает, что искомое выражение для рассматриваемой функции троичной логики, как и следовало ожидать, содержит только симметрические функции логических переменных.

Сходным образом, для функции $F(x,y) = \wedge$ на основании Таблицы 2 имеем

$$F(x,y) = -W_0(x)W_0(y) - W_0(x)W_1(y) - W_0(x)W_2(y) -$$
$$-W_1(x)W_0(y) - W_2(x)W_0(y) + W_2(x)W_2(y) \quad (27)$$

Откуда

$$F(x,y) = x(x-1)[W_0(y) + W_1(y) + W_2(y)] +$$
$$+(x^2-1)W_0(y) + x(x+1)[W_0(y) - W_2(y)] \quad (28)$$

Или, снова используя (22)

$$F(x,y) = x(x-1) - (x^2-1)y(y-1) - x(x+1)[y(y-1) - y(y+1)] \quad (29)$$

Раскрывая скобки, получаем

$$F(x,y) = x(x-1) - (x^2-1)y(y-1) - x(x+1)y \quad (30)$$

Группируя слагаемые при одинаковых степенях y имеем

$$F(x,y) = x(x-1) - (x^2-1)y^2 + [(x^2-1) - x(x+1)]y \quad (31)$$

Откуда

$$F(x,y) = x(x-1) - (x^2-1)y^2 - (x+1)y \tag{32}$$

Данное соотношение также можно привести к виду, явно содержащему только симметрические функции. Имеем

$$F(x,y) = -x^2y^2 + x^2 + y^2 - xy - x - y \tag{33}$$

Таким образом, существует непосредственная возможность представлять любые операции троичной логики в явной полиномиальной форме, т.е. для многозначных логик существует инструмент, полностью аналогичной булевой алгебре (в простейшем понимании данного термина), используемой для двоичной логики.

Очевидно, что полиномиальная форма позволяет эффективно устанавливать связи между различными формами многозначных логик, более того, она позволяет говорить о создании вычислительных систем на принципиально новой элементной базе, в частности, на основе гидрофильных полимеров, испытывающих фазовые переходы [17].

Однако для целей настоящей работы более важен другой аспект тех возможностей, которые открывает использование полиномиального представления операций троичной логики. А именно, как показывает текущая литература по многозначным логикам, их разновидностей существует достаточно много, и явного преимущества ни одна из них не имеет. Вполне возможно, что такого «преимущества» не может быть вовсе. Несколько упрощая нельзя не заметить, что интеллект человека может «вести рассуждения» в рамках различных парадигм, т.е. пользоваться различными инструментами, которые, будучи приведенными к «рафинированному» виду вполне могут трактоваться как различные логики. Соответственно, говоря о перспективных системах искусственного интеллекта, вполне можно ставить вопрос о создании систем, способных гибко переходить от использования одной логики к другой.

Именно это обстоятельство делает еще более актуальным сведение операций многозначной логики к полиномиальной форме, поскольку он самым тесным образом оказывается связанным с вопросом о том, какие вообще могут быть «логики». Анализ текущей литературы показывает, что построение той или иной логики/логической концепции было и остается актом творчества теоретика.

Разумеется, сформулированный выше вопрос носит весьма общий характер, однако уже на данном этапе исследований можно заключить, что анализ взаимной связи между алгебраическими структурами и логическими может продуцировать новые «логики», а не просто служить средством их описания.

Несколько упрощая, отталкиваюсь от неких нетривиальных полей Галуа, можно «пройти в обратном направлении», то есть взять такое поле в качестве отправной точки рассуждений, а затем построить ту или иную логику.

Наряду с рассмотренным выше полем $GF(3)$, существуют другие варианты весьма интересных полей Галуа, которые действительно можно использовать для иллюстрации высказанной идеи. Покажем это, используя для примера поле $GF(3^2)$, т.е. поле характеристики 3, содержащее 9 элементов.

Стоит также остановиться на логике вариативной истинности. Одна из базовых теорем теории алгебр гласит, что все поля Галуа $GF(3^2)$ изоморфны, точнее, это утверждение является частным случаем данной теоремы. Соответственно, есть возможность выбирать конкретную реализацию только из соображений удобства и наглядности.

Рассмотрим поле Галуа, отвечающее расширению троичной логики до 9-значной за счет использования комплексных элементов поля, содержащих мнимую единицу.

$$a = (a_1, a_2) \leftrightarrow a_1 + ia_2 \tag{34}$$

Для мнимой части элементов 9-элементного поля используются правила сложения, аналогичные (1) – (4):

$$i + i = -i;\ -i - i = i;\ -i + i = i - i = 0 \tag{35}$$

Правила умножения остаются теми же, что и при классическом использовании комплексных чисел, в частности,

$$i^2 = -1;\ i \cdot (a_1 + ia_2) = ia_1 - a_2 \tag{36}$$

Элементы данного поля перечислены в Таблице 3.

Таблица 3. Элементы поля Галуа $GF(3^2)$ в используемом представлении.

a	$a_2 = -1$	$a_2 = 0$	$a_2 = 1$
$a_1 = -1$	$-1 - i$	-1	$-1 + i$
$a_1 = 0$	$-i$	0	i
$a_1 = 1$	$1 - i$	1	$1 + i$

То, что множество, состоящее из перечисленных в Таблице 3 элементов, действительно представляет собой поле, доказывается непосредственной проверкой выполнимости соответствующих аксиом. Сходным образом, для $GF(3^2)$ также можно легко построить аналог полинома Жегалкина, действуя по той же схеме, которая приводит к выражению (16).

Неожиданным здесь является то, что логические переменные содержат как действительную, так и мнимую части.

Однако, если вернуться к тезису о том, что «рафинированная» логика только частично отражает как способность человека размышлять, так и понимание того, что представляет собой логика как таковая, комплекснозначным логическим переменным вполне можно придать корректный смысл.

Оттолкнемся от следующего рассуждения. Любое высказывание естественного языка обладает неким семантическим спектром. Упрощая, в нем содержится некая совокупность смыслов, каждый из которых может интерпретироваться/распознаваться либо как истинный, либо как ложный. С формальной точки зрения это означает, что «Истина», по крайней мере, если мы говорим о языковых формах, вообще говоря, есть некий вектор, точнее, кодовая последовательность логических переменных. Случай, который рассматривает классическая логика (а равно, ее модернизации, восходящие к Лукасевичу), когда объект, призванный быть интерпретированным в качестве формального отражения истинности, представляет собой скаляр, заведомо следует рассматривать как предельный. Далеко не случайно со времен Аристотеля все те, кто занимался исследованиями в области логики, стремились применять/выделять такие языковые формы, которые позволяли бы считать те сущности, что характеризуют истинность, скалярными величинами. Именно такого рода формами оперирует, в частности, классическая силлогистика.

Такой подход представляется более чем оправданным до тех пор, пока «истина» - в духе античной философии – трактуется как нечто абсолютное. Понимая, что «истина» остается сложнейшей философской категорией, раскрыть которую не удалось до конца ни в рамках формализации логических процедур, ни каким-либо иным способом, нельзя не заметить, что с сугубо утилитарной точки зрения «истина может быть разной». Несколько перефразируя высказывание Нильса Бора, можно сказать так. Существует две разновидности истин: тривиальная, отрицать которую нелепо, и глубокая; высказывание противоположное глубокой истине есть также глубокая истина.

Впрочем, наибольшей наглядностью в этом отношении обладает точка зрения Умберто Эко, разрабатывавшего проблему интерпретации текста. Текст «проецируется» на конкретного читателя, и то, что в одной интерпретации следует воспринимать как «истину» вовсе не обязательно окажется таковой в другой интерпретации. Именно представления о «проецировании» высказывания на некую конкретность и позволяет перевести такие суждения, как высказанные Нильсом Бором, в плоскость алгебраически исчисляемого.

Есть все основания полагать, что именно вариативность такого «проецирования» и предоставляет человеческому интеллекту преимущества по сравнению с любыми техническими реализациями «двоичной логики», о которых явно или неявно говорилось во всех дискуссиях на тему «может ли машина мыслить» еще с 1960-х годов. Следовательно, дальнейшие разработки в области систем искусственного интеллекта, как минимум, должны учитывать данное обстоятельство, что возвращает к концепциям векторной логики [18].

В формульной записи сказанное выше можно отобразить следующим образом.

Имеется вектор $\vec{a}$, компоненты которого принадлежат некоему полю Галуа, характеристика которого отражает степень многозначности используемой логики. Предполагается также, что компоненты вектора $\vec{a}$ отражают семантический спектр высказывания в терминах истинности. Упрощая, компоненты вектора $\vec{a}$ отвечают различным аспектам того или иного высказывания, каждый из которых может быть истинным, ложным или неопределенным независимо от остальных:

$$\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n) \tag{37}$$

Под истинностью суждения $\vec{a}$ в «понимании» реципиента P понимается такая функция $P(\vec{a})$, которая может трактоваться как принимающая истинностные значения в смысле той или иной «логики», а точнее – той или иной трактовки истинности; обобщением, очевидно, является ситуация, когда сама функция трактовки истинности имеет тот же вид, что и (37).

$$\vec{P} = (P_1, P_2, \dots, P_m) \tag{38}$$

Простейший случай, очевидно, отвечает ситуации, когда функция $P(\vec{a})$ является скаляром и принимает только двоичные значения «ИСТИНА» и «ЛОЖЬ». Но, даже этот случай позволяет снять некоторые затруднения, которые возникают в модальных логиках, заставляя вводить в употребление представления о «множественности миров» и оперировать терминами теории вероятности. В этом случае вариативность истинности или ложности переносится не на само высказывание, но на вариативность его интерпретации. Более того, мыслимы ситуации, когда высказывание, лишенное смысла в одной (например, «исходной») интерпретации приобретает смысл в другой. Так, некое бессодержательное изначально высказывание может быть – при выборе подходящей интерпретации – наделено смыслом. Подобная ситуация хорошо знакома математикам, еще в середине XX века, использовавшим несколько жаргонное выражение «в современной математике смысл можно придать чему угодно».

Уместно также подчеркнуть, что наиболее естественным для записи (37) является использование вектора над полем Галуа $GF(3^2)$. Отдельные компоненты вектора могут быть конкретизированы, то есть отвечать истинности или ложности, а остальные иметь неопределенное значение (значение логического нуля в использованной выше форме представления троичной логики).

Таким образом, есть все основания ввести в употребление оператор интерпретации $\hat{P}$; в формальной записи

$$\vec{q} = \hat{P}\vec{a} \tag{39}$$

где $\vec{q}$ – векторная характеристика того, что реципиент трактует через свое понимание истинности или ложности в полученном сообщении/высказывании.

Общие свойства оператора $\hat{P}$ установить достаточно сложно, особенно если принять насколько неожиданной может быть трактовка истинности у различных реципиентов. Однако не вызывает сомнений, что трактовка истинности в большинстве случаев представляет собой операцию сравнения. Эта трактовка зависит от предшествующего опыта реципиента, который – по отношению к высказываниям/сообщениям определенного типа – также может быть представлен в векторной форме; оператор $\hat{P}$ - в пределах оценки истинности подобных высказываний – зависит от вектора $\vec{b}$ (векторов $\vec{b}_i$), формально описывающих то, что на бытовом языке именуется, например, жизненным опытом. Имеем

$$\vec{q} = \hat{P}\left(\vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots, \vec{b}_s\right)\vec{a} \tag{40}$$

Отметим, что формально запись (40) полностью соответствует также базовым принципам функционирования нейронных сетей; «ответ» или «интерпретация» есть образ (совокупность значений логических переменных), который формируется на выходах нейронов последнего слоя сети в результате преобразования нейронной сетью исходного образа, который также представляет собой упорядоченную совокупность значений логических переменных.

Можно видеть, что такое преобразование формально описывается оператором $\hat{P}$, свойства которого, однако, зависят от результата «обучения» нейронной сети. Такая процедура обучения, как правило, осуществляется на множестве образов, составляющих обучающую выборку, причем каждый из этих образов представим в том же виде, что и обрабатываемый. На математическом языке – вектора $\vec{b}_i$ принадлежат тому же множеству, что и $\vec{a}$. В простейшем случае – это вектора над одним и тем же полем Галуа, имеющие одинаковую размерность.

Существующие процедуры обучения нейронных сетей созданы, в сущности, эмпирическим путем; это – результат большого числа компьютерных экспериментов.

Очевидно, что для теоретической интерпретации представляет интерес изучение наиболее простого случая, когда множество векторов, составляющих обучающую выборку, вырождается в единственный вектор. Такую ситуацию, исходя из сказанного выше, можно рассматривать как модель сравнения истинности высказывания/суждения/сообщения, полученного конкретным реципиентом с ранее приобретённым опытом. Имеем

$$\vec{q} = \hat{P}(\vec{b})\vec{a} \tag{41}$$

Если речь идет действительно о сравнении, то допустимо рассматривать ситуацию, когда вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ входят в данную запись «равноправно». Точнее, допустимо рассматривать выражения вида

$$\vec{q} = \hat{P}(\vec{a}, \vec{b}), \tag{42}$$

что, впрочем, вообще говоря, не подразумевает (хотя и не исключает) перестановочность аргументов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Соотношение (42) наглядно показывает, что «проецирование» - в смысле оценки истинности – можно рассматривать как бинарную логическую операцию, во всяком случае, в том смысле, что ее аргументами являются объекты, которым может быть придан логический смысл. Простейший содержательный случай (размерность обоих аргументов функции =), 2 очевидно допускает представление через поле Галуа $GF(3^2)$. С этой точки зрения мнимые компоненты переменных, отражающих истинность, допускают трактовку, аналогичную той, что используется при решении двумерных задач методами теории функций комплексного переменного; это – представления двух компонент рассматриваемых векторов.

Обобщением записи (42), очевидно, является формула

$$\vec{q} = \hat{P}(\vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots, \vec{b}_s, \vec{a}) \tag{43}$$

которая, в том числе, формально описывает работу искусственных нейронных сетей, предназначенных для распознавания образов.

Действительно, «распознавание образа» можно трактовать как логическую операцию, которая осуществляет присвоение $\vec{q} = \vec{b}_{i0}$ в зависимости от конкретных значений компонент $\vec{a}$. Т.е. можно утверждать, что один из вариантов использования «логического проецирования», о котором говорилось выше, уже используется на практике, хотя соответствующие логические функции и отыскиваются эмпирическим путем в ходе компьютерных экспериментов, обеспечивающих настройку искусственных нейронных сетей.

Данный пример, в частности, показывает, что тезис о логической непрозрачности нейронных сетей, получивший широкое распространение в сетевых ресурсах, может быть преодолен. Обобщая, можно сказать, что уже на данном этапе исследований отчетливо прослеживаются возможности для непосредственного использования многозначных логик в системах искусственного интеллекта, но для этого язык многозначной логики должен быть существенно упрощен. Одну из возможностей для этого предоставляет аналог полинома Жегалкина, который в данной работе был использован для иллюстрации.

Заключение

Мы приходим к следующим выводам:

- существует значительный потенциал для прикладного использования многозначных логик;

- есть все основания полагать, что именно многозначные логики способны придать дополнительный импульс развитию «цифрового мира»;

- в настоящее время этот потенциал используется далеко не в полной мере; препятствием этому являются междисциплинарные барьеры, слабая осведомленность разработчиков о возможностях, предоставляемых многозначной логикой и т.д.

- необходима адаптация того языка, который используют авторы работ по многозначной логике (и логики вообще) к тем формам представления результатов, которые обеспечивают нужную степень наглядности (в широком смысле этого слова); популяризация достижений современной логики, создание соответствующих программных продуктов и т.д.

Одним из инструментов повышения степени наглядности результатов, полученных в области изучения многозначных логик, очевидно, является их представление в формах, допускающим непосредственное преобразование в программные продукты разработчиками, получившими только базовое образование в области компьютерных наук. Именно они и являются основными проводниками тех или иных идей в широкое использование, во всяком случае в современных условиях. Один из таких инструментов рассмотрен в данной работе. Это представление операций троичной логики через аналог полинома Жегалкина.

Сформулированные выше выводы, однако, отражают также одну из граней более общей проблемы, связанной с характером преподавания философских дисциплин в подавляющем большинстве постсоветских университетов. Такие дисциплины как «История и философия науки» преподаются в подавляющем большинстве постсоветских университетов. Во многих из них она является обязательной для всех специальностей магистратуры или аспирантуры. К сожалению, конкретное насыщение программ по таким дисциплинам отличается очень большой инерционностью. Особенно отчетливо это видно по официально утвержденному стандарту. Фактически этот стандарт отражает взгляды на философию науки первой половины XX века с ее обостренным интересом к философскому истолкованию результатов и положений квантовой механики.

Философское осмысление проблем, возникающих в области оснований математики и логики в данном стандарте полностью исключены из рассмотрения, равно как и все вопросы, связные с трансформациями математического знания как такового и развитием логики в XX веке. Учебник [7] только отчасти компенсирует указанные пробелы, так как его авторы были связаны официально утвержденным стандартом. Соглашаясь во многом с точкой зрения Б.А. Кулика, нельзя не отметить, что «привнесение современной логики в учебный процесс» вовсе не обязательно должно реализоваться в форме самостоятельных дисциплин [5]. Такую задачу могут и должны решать дисциплины философской направленности, так как именно на них лежит ответственность за формирование у обучающихся общенаучной культуры, целостного научного мировоззрения и т.д.

Список литературы

1. Lukasiewicz J. On Three-Valued Logic Jan Lukasiewicz. Selected Works Ed. by L. Borkowski. Amsterdam: North-Holland. – 1970. –p. 87–88.
2. Мотрошилова Н. В. «Воображаемая логика» Н. А. Васильева и вклад В. А. Смирнова в ее исследование //Философия науки и техники. – 1998. – Т. 4. – №1. – С.192–201.
3. Девяткин Л. Ю. Неклассические модификации многозначных матриц классической логики. Часть I //Логические исследования. – 2016. – Том 22. – №2. – С.27–58.
4. Смирнова Е. Д. Природа логического знания и вопросы обоснования логических систем // Вестник Московского университета. Серия 7. Философия. – 2012. –№ 2. –С.59–72.
5. Кулик Б. А. С чем идет современная логика в XXI век? // Вестник РФФИ. – 2000. – No 3 (21) http://www.ipme.ru/ipme/labs/msa/kulik-old/s_chem.htm, (дата обращения 20.07.20)
6. Клайн М. Математика. Утрата определенности. М.: Мир, 1984. Пер. с англ.: Morris Kline. MATHEMATICS. The Loss of Certainty. NY, Oxford University Press. 1980. – 446с.
7. История и философия науки / И. Э. Сулейменов, О. А. Габриелян, З. З. Седлакова [и др.] — Алматы, КазНУ, 2018.– 406 с.
8. Строганов Ю. В., Рудаков И. В. Вывод функции «исключающего или» в троичной логике //Новые информационные технологии в автоматизированных системах. – 2018. – №21.– С.333-335.
9. Зайцев Д В. Истина, следование и современная логика //Логическая семантика: перспективы для философии языка и эпистемологии: Сборник научных статей, посвященных юбилею Е. Д. Смирновой Москва: Креативная экономика. – 2011.– С.109 – 125.

10. Теория и практика инноваций в учебной деятельности: междисциплинарный социально-ориентированный подход / Г. А. Мун, С. Т. Байпакбаева, Е. С. Витулёва [и др.] Алматы: ТОО «Print Express».– 2019. – 294 с.

11. Турдиев О. А., Яковлев В. В., Клименко С. В. Обзор кодов для помехоустойчивого кодирования // Интеллектуальные технологии на транспорте. – 2019. – №2 (18). – С. 21–24.

12. Кун Т. Структура научных революций / Пер. И. З. Налетова. – М.: Прогресс. – 1977. – 310 с.

13. Иванько М. А., Гасович А. А. Троичные ЭВМ: исторический и образовательный аспекты изучения компьютерной архитектуры //Вестник Московского государственного университета печати. – 2016. – №1. – С.42–45.

14. Кулик Б. А. Логический анализ систем на основе алгебраического подхода.Автореф. дисс. на соискание степени доктора физико-математических наук /Б. А. Кулик СПб, СПбГУ, 2008. – 32 с.

15. Marcos J. On a Problem of da Costa // Essays on the Foundations of Mathematics and Logic 2 / Ed. by G. Sica. Polimetrica, 2005. – P. 53–69.

16. Гордеев Э. Н., Леонтьев В. К., Медведев Н. В. О свойствах булевых полиномов, актуальных для криптосистем. // Вопросы кибербезопасности. – 2017. – №3 (21). – С.63–69

17. Е. В. Русинова, and С. А. Вшивков. Фазовые переходы в смесях полимеров, вызванные внешним механическим полем (обзор) // Высокомолекулярные соединения.– 1997. – №10. – С.1602–1610.

18. Аршинский Л. В. Применение векторного формализма в логике и логико-математическом моделировании // Онтология проектирования.– 2016. – №4 (22). – С.436–451.

References

1. Lukasiewicz J. On Three-Valued Logic Jan Lukasiewicz. Selected Works Ed. by L. Borkowski. Amsterdam: North-Holland. – 1970. – p. 87–88.

2. Motroshilova N. V. «Voobrazhaemaja logika» [«Imaginary Logic»]. N. A. Vasil'eva i vklad V. A. Smirnova v ee issledovanie. Filosofija nauki i tehniki. [Philosophy of Science and Technology]. – 1998. – T. 4. – №1. – S.192–201.

3. Devjatkin L. Ju. Neklassicheskie modifikacii mnogoznachnyh matric klassicheskoj logiki. Chast' I [Non-Classical Modifications of Multivalued Matrices of Classical Logic. Part I].Logicheskie issledovanija. – 2016. – Tom 22. – №2. – S. 27–58.

4. Smirnova E. D. Priroda logicheskogo znanija i voprosy obosnovanija logicheskih system [Th Nature of Logical Knowledge and Questions of Substantiation of Logical Systems]. Vestnik Moskovskogo universiteta. Serija 7. Filosofija. – 2012. – № 2. – S.59–72.

5. Kulik B. A. S chem idet sovremennaja logika v XXI vek? [Where Does Modern Logic Go Into the 21st Century?]. Vestnik RFFI. – 2000. – No 3 (21) http://www.ipme.ru/ipme/labs/msa/kulik-old/s_chem.htm, (data obrashhenija 20.07.20)

6. Klajn M. Matematika. Utrata opredelennosti. M.: Mir, 1984. Per. s angl.: Morris Kline. MATHEMATICS. The Loss of Certainty. NY, Oxford University Press. 1980. – 446s.

7. Istorija i filosofija nauki [History and Philosophy of Science]. I. Je. Sulejmenov, O. A. Gabrieljan, Z. Z. Sedlakova [i dr.] — Almaty, KazNU, 2018. – 406 s.

8. Stroganov Ju. V., Rudakov I. V. Vyvod funkcii «iskljuchajushhego ili» v troichnoj logike [Derivation of the Exclusive-orF in Ternary Logic]. Novye informacionnye tehnologii v avtomatizirovannyh sistemah. – 2018. – №21. – S. 333-335.

9. Zajcev D V. Istina, sledovanie i sovremennaja logika [Truth, Following and Modern Logic]. Logicheskaja semantika: perspektivy dlja filosofii jazyka i jepistemologii: Sbornik nauchnyh statej, posvjashhennyh jubileju E. D. Smirnovoj Moskva: Kreativnaja jekonomika. – 2011. – S.109 – 125.

10. Teorija i praktika innovacij v uchebnoj dejatel'nosti: mezhdisciplinarnyj social'no-orientirovannyj podhod [Theory and Practice of Innovation in Educational Activities: an Interdisciplinary Socially-Oriented Approach]. G. A. Mun, S. T. Bajpakbaeva, E. S. Vituljova [i dr.] Almaty: TOO «Print Express». – 2019. – 294 s.

11. Turdiev O. A., Jakovlev V. V., Klimenko S. V. Obzor kodov dlja pomehoustojchivogo kodirovanija [Overview of Codes for Error-Correcting Coding] // Intellektual'nye tehnologii na transporte. – 2019. – №2 (18). – C. 21–24.

12. Kun T. Struktura nauchnyh revoljucii[The structure of scientific revolutions] / Per. I. Z. Naletova. – M.: Progress. – 1977. – 310 s.

13. Ivan'ko M. A., Gasovich A. A. Troichnye JeVM: istoricheskij i obrazovatel'nyj aspekty izuchenija komp'juternoj arhitektury [Ternary Computers: Historical and Educational Aspects of Studying Computer Architecture] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo universiteta pechati. – 2016. – №1. – S.42–45.

14. Kulik B. A. Logicheskii analiz sistem na osnove algebraicheskogo podhoda, [Logical Analysis of Systems Based on an Algebraic Approach]. avtoref. diss. na soiskanie stepeni doktora fiziko-matematicheskih nauk, B. A. Kulik SPb, SPbGU, 2008. – 32 s.

15. Marcos J. On a Problem of da Costa // Essays on the Foundations of Mathematics and Logic 2 / Ed. by G. Sica. Polimetrica, 2005. – P. 53–69.

16. Gordeev Je. N., Leont'ev V. K., Medvedev N. V. O svojstvah bulevyh polinomov, aktual'nyh dlja kriptosistem. [On the Properties of Boolean Polynomials Relevant for Cryptosystems.] // Voprosy kiberbezopasnosti. – 2017. – №3 (21). – S.63–69

17. E. V. Rusinova, and S. A. Vshivkov. Fazovye perehody v smesjah polimerov, vyzvannye vneshnim mehanicheskim polem (obzor) [Phase Transitions in Polymer Mixtures Caused by an External Mechanical Field (review)] // Vysokomolekuljarnye soedinenija. – 1997. – №10. – S.1602–1610.

18. Arshinskij L. V. Primenenie vektornogo formalizma v logike i logiko-matematicheskom modelirovanii [Application of vector formalism in logic and logical-mathematical modeling]// Ontologija proektirovanija.– 2016. – №4 (22). – S.436–451.

Prospects for the use of multivalued logics in artificial intelligence research: issues of visibility

Annotation.It is shown that despite the broad prospects for the application of multivalued logics for the development of artificial intelligence systems, their use in works in this area remains more than limited. It is proved that this implies the need to solve the problem of the visibility of the results obtained so far in research on multivalued logics, as well as the need to overcome the existing interdisciplinary barriers that prevent the use of these results by the majority of specialists in infocommunication technologies. The necessity of representing operations of multivalued logic in the most accessible form is substantiated. An explicit form of the analogue of the Zhegalkin polynomial is presented, which makes it possible to reduce any operations of any ternary logic to operations of addition and multiplication over elements of an arbitrary Galois field, which allows unifying the representations of any ternary logics. Additional prospects for the application of various varieties of multivalued logics are considered as a means for creating flexible platforms of artificial intelligence systems capable of changing the algorithmic / operational basis depending on the nature of the problem being solved. It is shown that the issue of using multivalued logics in artificial intelligence systems is a decisive argument in favor of the need for a significant modernization of the teaching style of such disciplines as "History and Philosophy of Science" in post-Soviet universities.

Key words: multi-valued logics, visibility problem, artificial intelligence, resistance to innovation, paradigm, Zhegalkin polynomial, history and philosophy of science